



# ALJABAR LINEAR ELEMENTER



**Dr. Masdiana, ST.,MT - Damaris Lalang, S.Si., M.Si**  
**Nur Fitriyani Sahamony, S.Pd., M. Si - Dr. Sri Astuty SE, M.Si**  
**Robia Astuti, S.Pd., M.Pd. - Nurmitasari, M.Pd**  
**Dr. La One ST, MT - Elinora Naikteas Bano, S.Pd., M.Si.**  
**Narita Yuri Adrianingsih, S.Si., M.Stat - Rahman Cahyadi, S.Pd., M.Si**  
**Dr. Adam Badra Cahaya**

# ALJABAR LINEAR ELEMENTER

Dr. Masdiana, ST.,MT  
Damaris Lalang, S.Si., M.Si  
Nur Fitriyani Sahamony, S.Pd., M. Si  
Dr. Sri Astuty SE, M.Si  
Robia Astuti, S.Pd., M.Pd.  
Nurmitasari, M.Pd  
Dr. La One ST, MT  
Elinora Naikteas Bano, S.Pd., M.Si.  
Narita Yuri Adrianingsih, S.Si., M.Stat  
Rahman Cahyadi, S.Pd., M.Si  
Dr. Adam Badra Cahaya



**Tahta Media Group**

## UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta

### **Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4**

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

### **Pembatasan Pelindungan Pasal 26**

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

- i. penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
- ii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
- iii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
- iv. penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

### **Sanksi Pelanggaran Pasal 113**

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

# ALJABAR LINEAR ELEMENTER

Penulis:

Dr. Masdiana, ST.,MT | Damaris Lalang, S.Si., M.Si  
Nur Fitriyani Sahamony, S.Pd., M. Si | Dr. Sri Astuty SE, M.Si  
Robia Astuti, S.Pd., M.Pd. | Nurmitasari, M.Pd | Dr. La One ST, MT  
Elinora Naikteas Bano, S.Pd., M.Si. | Narita Yuri Adrianingsih, S.Si., M.Stat  
Rahman Cahyadi, S.Pd., M.Si | Dr. Adam Badra Cahaya

Desain Cover:

Tahta Media

Editor:

Tahta Media

Proofreader:

Tahta Media

Ukuran:

viii, 195, Uk: 15,5 x 23 cm

ISBN: 978-623-5488-31-8

Cetakan Pertama:

September 2022

Hak Cipta 2022, Pada Penulis

---

Isi diluar tanggung jawab percetakan

---

**Copyright © 2022 by Tahta Media Group**

All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang  
Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau  
memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini  
tanpa izin tertulis dari Penerbit.

**PENERBIT TAHTA MEDIA GROUP**  
**(Grup Penerbitan CV TAHTA MEDIA GROUP)**  
Anggota IKAPI (216/JTE/2021)

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Allah SWT, karena berkat rahmat dan karuniaNya buku kolaborasi ini dapat dipublikasikan diharapkan sampai ke hadapan pembaca. Buku ini ditulis oleh sejumlah Dosen dan Praktisi dari berbagai Institusi sesuai dengan kepakarannya serta dari berbagai wilayah di Indonesia.

Terbitnya buku ini diharapkan dapat memberi kontribusi yang positif dalam ilmu pengetahuan dan tentunya memberikan nuansa yang berbeda dengan buku lain yang sejenis serta saling menyempurnakan pada setiap pembahasannya yaitu dari segi konsep yang tertuang sehingga mudah untuk dipahami. Sistematika buku yang berjudul “Aljabar Linear Elementer” terdiri dari 11 Bab yang dijelaskan secara terperinci sebagai berikut:

Bab 1 Pengantar Sistem Persamaan Linear

Bab 2 Sistem Persamaan Linier Dengan Eliminasi Gauss Dan Gauss-Jordan

Bab 3 Matriks Dan Operasi Matriks

Bab 4 Invers Matriks Dan Matriks Elementer

Bab 5 Ekspansi Kofaktor Dan Aturan Cramer

Bab 6 Vektor Pada Ruang Berdimensi 2, Berdimensi 3 dan Berdimensi  $n$

Bab 7 Konsep Ruang Vektor

Bab 8 Ruang Hasil Kali Dalam Orthonormal Dan Proses Gramschmidt

Bab 9 Transformasi Linier Dan Menentukan Matriks Representasi

Bab 10 Nilai Eigen Dan Vektor Eigen

Bab 11 Diagonalisasi Dan Langkah – Langkah Diagonalisasi Matriks

Akhirnya kami mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang mendukung penyusunan dan penerbitan buku ini. Semoga buku ini dapat bermanfaat bagi pembaca sekalian.

Direktur Tahta Media  
Dr. Uswatun Khasanah, M.Pd.I., CPHCEP

## DAFTAR ISI

<b>Kata Pengantar .....</b>	<b>iv</b>
<b>Daftar Isi.....</b>	<b>v</b>
<b>Bab 1 Pengantar Sistem Persamaan Linear</b>	
<b>Dr. Masdiana, ST.,MT</b>	
<b>Universitas Halu Oleo Sulawesi Tenggara</b>	
A. Sistem Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV).....	4
B. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) .....	5
C. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV) .....	12
Daftar Pustaka .....	18
Profil Penulis .....	19
<b>Bab 2 Sistem Persamaan Linier Dengan Eliminasi Gauss Dan Gauss-Jordan</b>	
<b>Damaris Lalang, S.Si., M.Si</b>	
<b>Universitas Tribuana Kalabahi</b>	
A. Sistem Persamaan Linier.....	21
B. Eliminasi Gauss .....	22
C. Eliminasi Gauss-Jordan.....	27
Daftar Pustaka .....	31
Profil Penulis .....	32
<b>Bab 3 Matriks Dan Operasi Matriks</b>	
<b>Nur Fitriyani Sahamony, S.Pd., M. Si</b>	
<b>Universitas Binawan</b>	
A. Simbol Matriks.....	34
B. Bentuk – Bentuk Matriks .....	35
C. Jenis – Jenis Matriks .....	35
D. Aljabar Matriks .....	40
Daftar Pustaka .....	53
Profil Penulis .....	54

**Bab 4 Invers Matriks Dan Matriks Elementer**

**Dr. Sri Astuty SE, M.Si**

**Universitas Negeri Makassar**

A. Invers Matriks .....	56
B. Matriks Elementer.....	66
Daftar Pustaka .....	67
Profil Penulis .....	68

**Bab 5 Ekspansi Kofaktor Dan Aturan Cramer**

**Robia Astuti, S.Pd., M.Pd.**

**Universitas Muhammadiyah Pringsewu**

A. Ekspansi Kofaktor.....	70
B. Kelebihan dan Kekurangan Metode Ekspansi Kofaktor .....	76
C. Aturan Cramer .....	77
Daftar Pustaka .....	80
Profil Penulis .....	81

**Bab 6 Vektor Pada Ruang Berdimensi 2, Berdimensi 3 dan Berdimensi n**

**Nurmitasari, M.Pd**

**Universitas Muhammadiyah Pringsewu**

A. Vektor dan Notasinya.....	83
B. Operasi Aljabar Vektor .....	84
C. Vektor Satuan.....	85
D. Vektor Posisi.....	86
E. Sifat – Sifat Aljabar Vektor .....	88
F. Perkalian Titik.....	90
G. Vektor – Vektor Orthogonal .....	94
H. Proyeksi Orthogonal .....	95
I. Perkalian Silang .....	96
J. Perkalian Rangkap Tiga.....	99
Daftar Pustaka .....	105
Profil Penulis .....	106

**Bab 7 Konsep Ruang Vektor**

**Dr. La One ST, MT**

**Universitas Halu Oleo Sulawesi Tenggara**

A. Pendahuluan.....	108
B. Definisi Ruang Vektor .....	108

C. Sub Ruang Vektor.....	116
D. Vektor Kombinasi Linier dan Rentang Vektor .....	119
E. Vektor Terikat Linier dan Bebas Linier .....	121
Daftar Pustaka .....	124
Profil Penulis .....	125
<b>Bab 8 Ruang Hasil Kali Dalam Orthonormal Dan Proses Gramschmidt</b>	
<b>Elinora Naikteas Bano, S.Pd., M.Si.</b>	
<b>Universitas Timor</b>	
A. Hasilkali Dalam .....	127
B. Norma ( <i>Norm</i> ) Atau Panjang, Jarak, dan Sudut Vektor.....	127
C. Hasilkali Dalam Yang Dihasilkan Oleh Matriks .....	128
D. Hasilkali Dalam Diturunkan Dengan Polinomial .....	129
E. Hasilkali Dalam Fungsi.....	129
F. Basis Orthonormal: Proses Gram-Schmidt .....	133
Daftar Pustaka .....	143
Profil Penulis .....	144
<b>Bab 9 Transformasi Linier Dan Menentukan Matriks Representasi</b>	
<b>Narita Yuri Adrianingsih, S.Si., M.Stat</b>	
<b>Universitas Tribuana Kalabahi</b>	
A. Definisi Transformasi Linear .....	146
B. Kernel dan Jangkauan .....	152
Daftar Pustaka .....	158
Profil Penulis .....	159
<b>Bab 10 Nilai Eigen Dan Vektor Eigen</b>	
<b>Rahman Cahyadi, S.Pd., M.Si</b>	
<b>Universitas Muhammadiyah Pringsewu</b>	
Isi .....	161
Daftar Pustaka .....	173
Profil Penuls .....	174
<b>Bab 11 Diagonalisasi Dan Langkah – Langkah Diagonalisasi Matriks</b>	
<b>Dr. Adam Badra Cahaya</b>	
<b>Universitas Indonesia</b>	
A. Diagonalisasi Matriks Menggunakan Nilai Eigen .....	177
B. Diagonalisasi Matriks Segitiga Atas .....	179
C. Diagonalisasi Dari Matriks Simetri.....	182

D. Diagonalisasi Dari Matriks Hermitian .....	184
E. Metode Numerik Untuk Diagonalisasi Matriks Hermitian .....	187
F. Metode Numerik Untuk Diagonalisasi Matriks Non-Hermitian.....	191
Daftar Pustaka .....	194
Profil Penulis .....	195

## **BAB 1 PENGANTAR SISTEM PERSAMAAN LINEAR**

Dr. Masdiana, ST.,MT (Universitas Halu Oleo Sulawesi Tenggara)

## **BAB 2 SISTEM PERSAMAAN LINIER DENGAN ELIMINASI GAUSS DAN GAUSS-JORDAN**

Damaris Lalang, S.Si., M.Si (Universitas Tribuana Kalabahi)

## **BAB 3 MATRIKS DAN OPERASI MATRIKS**

Nur Fitriyani Sahamony, S.Pd., M. Si (Universitas Binawan)

## **BAB 4 INVERS MATRIKS DAN MATRIKS ELEMENTER**

Dr. Sri Astuty SE, M.Si (Universitas Negeri Makassar)

## **BAB 5 EKSPANSI KOFAKTOR DAN ATURAN CRAMER**

Robia Astuti, S.Pd., M.Pd. (Universitas Muhammadiyah Pringsewu)

## **BAB 6 VEKTOR PADA RUANG BERDIMENSI 2, BERDIMENSI 3 DAN BERDIMENSI $n$**

Nurmitasari, M.Pd (Universitas Muhammadiyah Pringsewu)

## **BAB 7 KONSEP RUANG VEKTOR**

Dr. La One ST, MT (Universitas Halu Oleo Sulawesi Tenggara)

## **BAB 8 RUANG HASIL KALI DALAM ORTHONORMAL DAN PROSES GRAMSCHMIDT**

Elinora Naikteas Bano, S.Pd., M.Si. (Universitas Timor)

## **BAB 9 TRANSFORMASI LINIER DAN MENENTUKAN MATRIKS REPRESENTASI**

Narita Yuri Adrianingsih, S.Si., M.Stat (Universitas Tribuana Kalabahi)

## **BAB 10 NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN**

Rahman Cahyadi, S.Pd., M.Si (Universitas Muhammadiyah Pringsewu)

## **BAB 11 DIAGONALISASI DAN LANGKAH – LANGKAH DIAGONALISASI MATRIKS**

Dr. Adam Badra Cahaya (Universitas Indonesia)



CV. Tahta Media Group  
Surakarta, Jawa Tengah  
Web : [www.tahtamedia.com](http://www.tahtamedia.com)  
Ig : tahtamediagroup  
Telp/WA : +62 813 5346 4169

ISBN 978-623-5488-31-8



9 786235 488318